

النظام الكمي للأعمال

(أساليب بحوث العمليات)

QSB

تأليف

الأستاذ المتمرس الدكتور محمد عبود طاهر

كلية شط العرب الجامعة

لا يجوز استخدام او استنساخ هذه المحاضرات بدون موافقة المؤلف

الفصل الاول

المقدمة

المقدمة :-

النظام الكمي للأعمال هو احد البرامج الجاهزة لحل مسائل بحوث العمليات حيث يتضمن العديد من أساليب بحوث العمليات ويمكن تنصيب هذا البرنامج باتباع الخطوات التالية :-

- 1- اذا كانت الحاسبة 32 بت فيمكن تنصيبه مباشرة اما من خلال البحث في Google او yahoo حيث توجد نسخ مجانية تحت اسم WINQSB V 2 او يتم شراؤه من مكاتب بيع البرمجيات الجاهزة او من خلال الشركة المصنعة
- 2- في حالة اذا كانت الحاسبة 64 بت فيتم أولا تنصيب برنامج VIRTUAL ومن ثم تنصيب النظام WINQSB V 2

استخدام هذا النظام سهل جدا ولكن يتطلب المعرفة في استخدام أساليب بحوث العمليات وفي المحاضرات القادمة سيتم شرح بالتفصيل كيفية حل مسائل بحوث العمليات مثلا البرمجة الخطية ونماذج النقل والتخصيص وغيرها

في هذه المحاضرة سنبين اهم أساليب التي يتضمنها هذا النظام وكذلك اهم الأوامر الرئيسية والفرعية

تشغيل النظام

- 1- بعد ان يتم تنصيب النظام على سطح المكتب يتم تشغيله وذلك بالضغط على فايل الذي يحتوي على النظام
 - 2- فتظهر لنا شاشة تضم العديد من الأساليب التي يحتويها النظام كما في الشكل ادناه
 - 3- وعندما يتطلب الامر مثلا استخدام البرمجة الخطية لحل مسألة البرمجة الخطية يتم الضغط على أسلوب LINEAR AND INTEGER PROGRAMMING حيث تظهر لنا شاشة خاصة بهذا الأسلوب وتضم في البداية الأوامر الرئيسية FILE EDIT
- وسيتم شرح معظم أساليب بحوث العمليات في هذا النظام وكيفية تطبيقها

Organize ▾ Include in library ▾ Share with ▾ Burn New fo

|  Favorites | Name |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  Desktop |  Acceptance Sampling Analysis |
|  Downloads |  Aggregate Planning |
|  Recent Places |  Decision Analysis |
|  Libraries |  Dynamic Programming |
|  Documents |  Facility Location and Layout |
|  Music |  Forecasting and Linear Regression |
|  Pictures |  Goal Programming |
|  Videos |  Inventory Theory and System |
|  Computer |  Job Scheduling |
|  Local Disk (C:) |  Linear and Integer Programming |
|  Local Disk (D:) |  MarKov Process |
|  Local Disk (E:) |  Material Requirements Planning |
|  Local Disk (F:) |  Network Modeling |
|  Local Disk (G:) |  Nonlinear Programming |
|  DVD RW Drive (G:) |  PERT_CPM |
|  Network |  Quadratic Programming |
| |  Quality Control Chart |
| |  Queuing Analysis |
| |  Queuing System Simulation |

اساليب نظام QSB

| الأسلوب | الاستخدام | |
|---------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Linear programming البرمجة الخطية | لايجاد الحل الامثل لمشاكل البرمجة الخطية في حالتها تعظيم الارباح وتقليل الكلفة |
| 2 | Integer programming البرمجة العددية | لايجاد الحل الامثل في حالة المتغيرات من نوع عدد صحيح او من نوع 0, 1 |
| 3 | Goal programming برمجة الاهداف | لايجاد الحل الامثل للمسائل التي تحتوي على عدة اهداف |
| 4 | Network modeling نماذج الشبكات | ويمكننا باستخدام هذا الاسلوب حل المسائل التالية -1 Transportation problems لحل مسائل النقل -2 Assignment التخصيص او تعيين لكل عامل عمل واحد فقط في حالتها اعلى ربح او اقل كلفة -3 Shortages path اقصر مسار للوصول من نقطة او مدينة الى مدينة اخرى -4 Maximum flow اعلى تدفق للمواد من خلال مجموعة خطوط -5 Sales man problem مسائل مندوب المبيعات |
| 5 | Network analysis شبكات الاعمال | يمكن استخدام هذا الاسلوب لتخطيط ومراقبة مشاريع الاعمال باستخدام اسلوب -1 Critical path المسار الحرج -2 Pert اسلوب مراجعة وتقييم المشاريع |
| 6 | Markov chain سلاسل ماركوف | يستخدم هذا الاسلوب لايجاد احتمال الانتقال من حالة الى اخرى وايجاد احتمالات الاستقرار |
| 7 | Queuing theory نظرية صفوف الانتظار | يستخدم هذا الاسلوب لايجاد مجموعة من معيير قياس كفاءة انظمة الطوابير |
| 8 | Simulation المحاكاة | تستخدم لمحاكاة انظمة الطوابير |
| 9 | Inventory control السيطرة على المخزون | تستخدم لايجاد :- -1 كمية الطلب المثلى -2 الكلفة الكلية للمخزون -3 الفترة بين طلبيتين |
| 10 | Forecasting التنبؤ | يستخدم للتنبؤ بالمبيعات او الطلب باستخدام مجموعة من اساليب التنبؤ وكذلك ايجاد معادلة الانحدار |
| 11 | Decision analysis تحليل القرار | ايجاد القرار الامثل باستخدام عدة اساليب منها شجرة القرار |
| 12 | Facility locations اختيار الموقع | يستخدم لايجاد الموقع الامثل |
| 13 | Job shop scheduling جدولة عمل الورش | لايجاد اقل وقت لجدولة مجموعة من الاعمال في الورش |
| 14 | Nonlinear programming البرمجة غير الخطية | لايجاد الحل الامثل في حالة مسائل ذات علاقات غير خطية بين المتغيرات |
| 15 | Quality control charts خرائط السيطرة على الجودة | لرسم مخططات السيطرة على الجودة |

شريط الادوات (القوائم) الخاصة بنظام QSB

| الادوات او القوائم | الاستخدام |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| File الملف | تتضمن الاوامر التالية 1- Save problem لخرن المتغيرات على اسم سابق 2- Save problem as لخرن المتغيرات باسم جديد 3- Print problem للطبع 4- Print font اختيار الخط المستخدم للطبع 5- Print set up اعداد صفحة للطبع 6- Exit للخروج من المسألة |
| Edit | تتضمن الاوامر التالية 1- Cut لقطع جزء من البيانات ونقلها الى مكان اخر 2- Copy نسخ جزء من البيانات 3- Paste لصق البيانات المستقطعة 4- Clear مسح جزء من البيانات 5- Undo للرجوع 6- Problem name لتغيير اسم المسألة |
| Format | تتضمن الاوامر التالية 1- Number اختيار الارقام ونوعيتها 2- Font للتحكم بنوع الخط 3- Alignment لتنسيق الصفوف 4- Row height للتحكم بارتفاع الاعمدة 5- Column width للتحكم بعرض الاعمدة |
| Solve and analysis | تتضمن الاوامر الازمة لحل المسائل |
| Utility | وتتضمن الاوامر التالية 1- Calculator تستخدم لاجراء بعض العمليات الحسابية البسيطة 2- Clock لعرض الساعة في الوندوز 3- Graph ارسم المخطط |
| Window | وتتضمن الاوامر التالية Cascade لترتيب النوافذ 1- Tile اظهار جميع النوافذ 2- Arrange ترتيب النوافذ |
| Winqsb | وتستخدم للانتقال الى تطبيقات اخرى |
| Help | وتتضمن الاوامر التالية 1- Content عرض محتوى القائمة المساعدة 2- Search للحصول على المساعدة المعينة 3- How to use help لكيفية استخدام المساعدة 4- Current window للمساعدة في نفس النافذة 5- About تستخدم لعرض المساعدة الحالية |

الفصل الثاني

البرمجة الخطية

طريقة الرسم البياني

LINEAR PROGRAMMING

لا يجوز استخدام او استنساخ هذه المحاضرات بدون موافقة المؤلف

البرمجة الخطية

احد اساليب بحوث العمليات المهمة هو اسلوب البرمجة الخطية حيث يتم ايجاد الحل الامثل في حالة تعظيم الربح MAX او في حالة تدنية الكلفة او الخسارة MIN حيث يمكن حل مسائل البرمجة الخطية بطرق عديدة منها

1- طريقة الرسم method Graphical وتستخدم هذه الطريقة في حالة اذا تضمنت المسألة متغيرين فقط X_1 و X_2

2- طريقة السمبلكس method Simplex وتستخدم هذه الطريقة اذا تحتوي المسألة على العديد من المتغيرات والعديد من القيود والتي يصعب حلها يدويا ولكن هذا النظام يستطيع حل مسائل البرمجة الخطية اذا كانت عدد القيود والمتغيرات ال تزيد على 50 متغير و 50 قيد

من الامور المهمة التي يتطلب معرفتها وتفسير النتائج باستخدام نظام QSB هي

1- كيفية ادخال البيانات الى نظام- QSB

2- كيفية ايجاد الحل الامثل

3- تفسير النتائج - 6 اذا تم تغيير دالة الهدف او القيود ماذا يحدث للحل الامثل

طريقة الرسم البياني Graphical method

لحل البرمجة الخطية المثل التالي يوضح كيفية استخدام الرسم البياني لحل مسائل البرمجة الخطية

مثال: وضح كافة الخطوات لحل مسألة البرمجة الخطية التالية باستخدام طريقة الرسم البياني في نظام QSB

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 5X_2$$

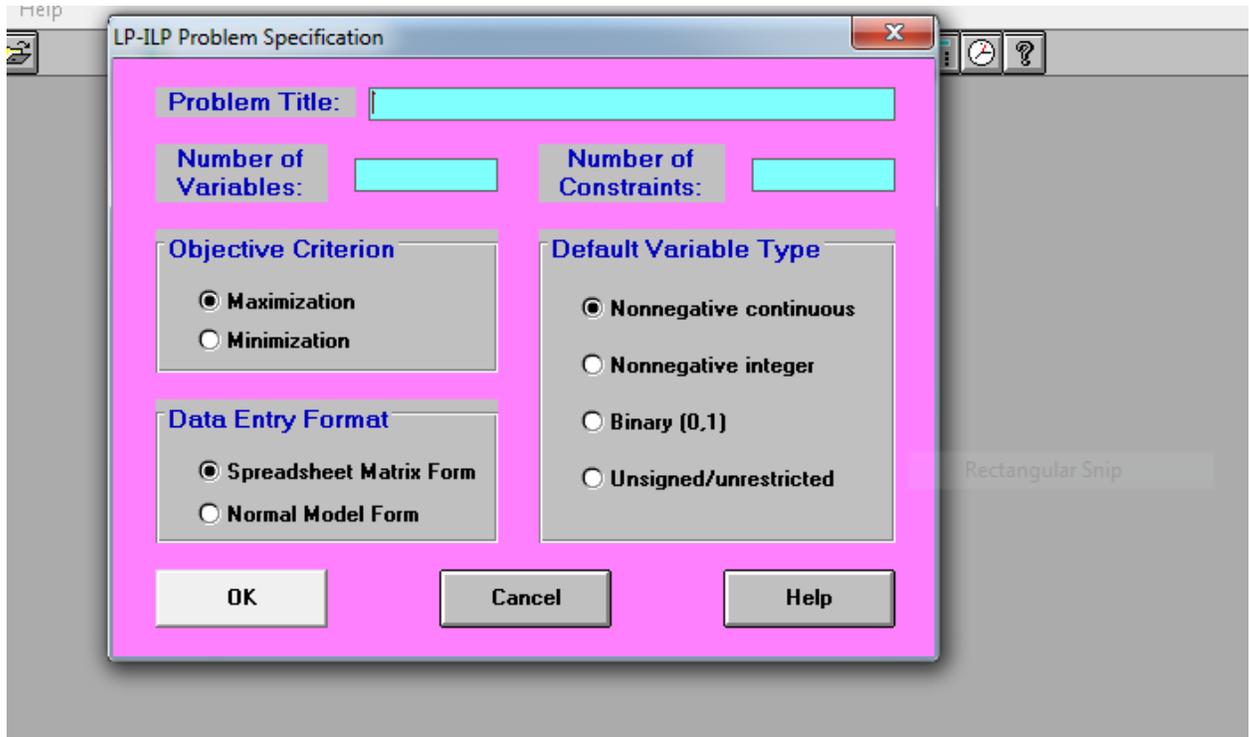
S T

$$4X_1 + 6X_2 \leq 24$$

$$2X_1 + X_2 \geq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- 1- تشغيل برنامج QSB
- 2- تظهر شاشة أساليب النظام
- 3- نختار أسلوب Linear and integer Programming
- 4- نفتح لنا نافذة البرمجة الخطية التي تتضمن الأوامر file , edit
- 5- نضغط على الأمر file ومن ثم نضغط على الأمر الفرعي new problem
- 6- بعد ذلك تظهر لنا نافذة ادخال مواصفات المثال أي عدد القيود و عدد المتغيرات و دالة الهدف اذا كانت max او min وكما في الشكل التالي



- 7- يتم ادخال مواصفات الأساسية للمسألة في هذه النافذة وهي
- 8- اسم المسال في حقل problem name حيث تم تسمية المسال " تمرين رقم 1 "
- 9- عدد المتغيرات في حقل number of variable والذي يساوي في هذا المثال 2
- 10- عدد القيود في حقل number of constraint والذي يساوي في هذا المثال 2
- 11- الدالة هي max حسب هذا المثال
- 12- بعد ذلك نضغط على ok وسيظهر لنا جدول ادخال بيانات المسألة كما في الجدول التالي
- 13- ثم نضغط على ok فيظهر لنا الجدول التالي والذي يتم ادخال بيانات المسألة

| Variable | X1 | X2 | Direction | RHS |
|---------------|------------|------------|-----------|-----|
| MAX | | | | |
| C1 | | | | |
| C2 | | | | |
| Lower Bound | | | | |
| Upper Bound | | | | |
| Variable Type | continuous | Continuous | | |

-14 يتم ادخال بيانات المسألة وكما في الجدول التالي

| Variable | X1 | X2 | Direction | RHS |
|---------------|------------|------------|-----------|-----|
| MAX | 2 | 5 | | |
| C1 | 4 | 6 | ≤ | 24 |
| C2 | 2 | 1 | ≥ | 4 |
| Lower Bound | | | | |
| Upper Bound | | | | |
| Variable Type | Continuous | continuous | | |

-15 يتم الضغط على الامر الرئيسي solve and analyze

-16 يظهر مجموعة من الأوامر الفرعية تحت هذا الامر او الأيقونة الرئيسية ونختار الامر الفرعي

graphical

-17 يظهر لنا الحل التالي وكما في الشكل

ويظهر من الشكل الأمور التالية

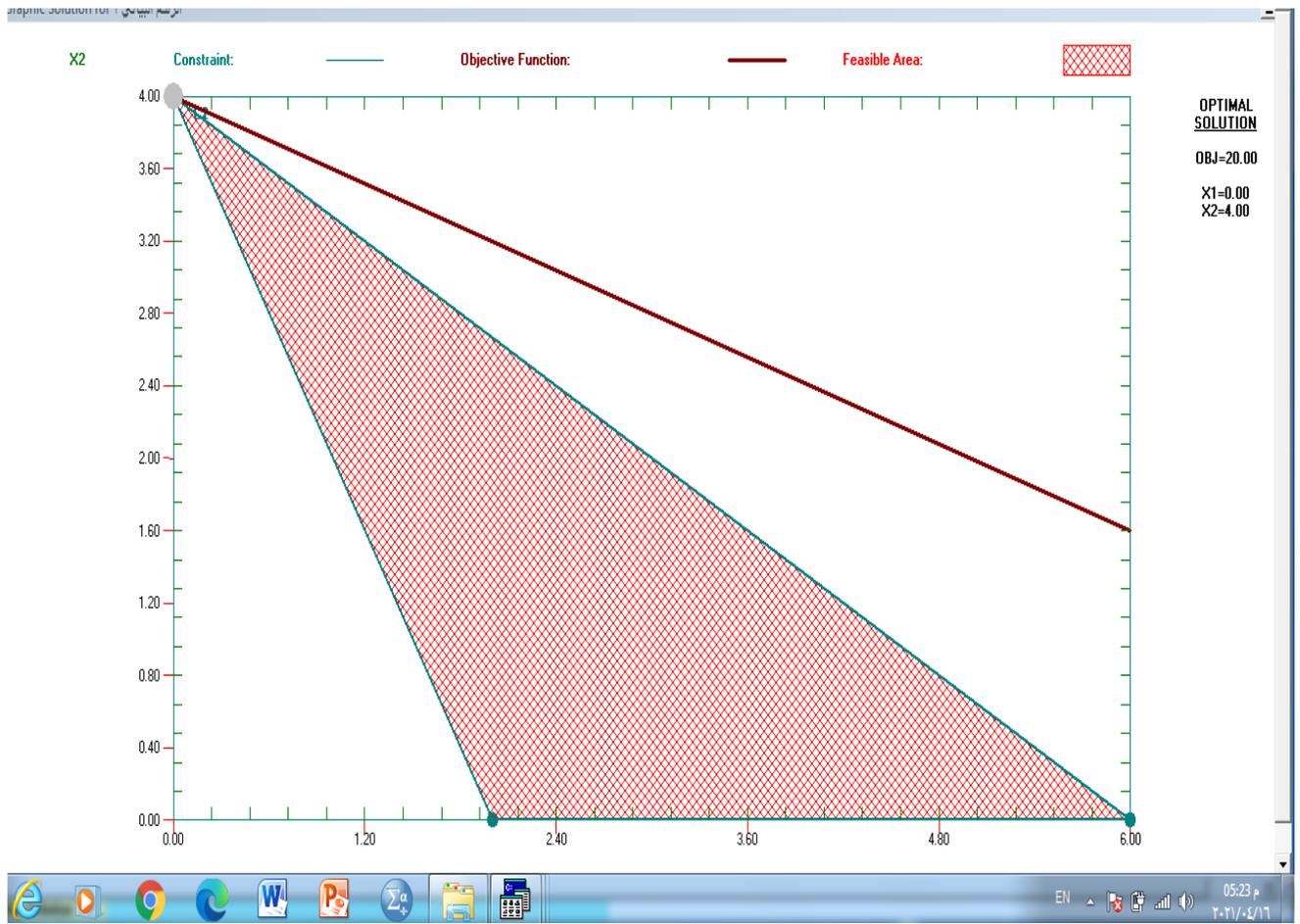
-1 منطقة الحل الأمثل وهي المنطقة المظللة

-2 الحل الأمثل وفي هذا المثال فان الحل الأمثل هو

$$X1=0$$

$$X2=4$$

$$Z= 20$$



الفصل الثالث

البرمجة الخطية

LINEAR PROGRAMMING

طريقة السمبلكس Simplex method

طريقة السمبلكس Simplex method

وتستخدم هذه الطريقة اذا تحتوي المسألة على العديد من المتغيرات والعديد من القيود والتي يصعب حلها يدويا ولكن هذا النظام يستطيع حل مسائل البرمجة الخطية اذا كانت عدد القيود والمتغيرات لا تزيد على 50 متغير و 50 قيد

من الامور المهمة التي يتطلب معرفتها وتفسير النتائج باستخدام نظام QSB هي :-

1- كيفية ادخال البيانات الى نظام QSB

2- كيفية ايجاد الحل الامثل

3- تفسير النتائج

من الامور المهمة التي يتطلب تفسيرها من جدول الحل الأمثل للمسألة هي

• الحل الأمثل

ماهي قيم المتغيرات X_1, X_2, \dots

ماهي قيمة Z

• حالة المحددات او القيود اي حالة كل قيد هل هو مستغل استغلال تام او يحتوي على فائض ويمكن تحديد ذلك

من قيمة ال slack variable لكل قيد فاذا كان $slack = 0$ معنى ذلك ان المحدد اة القيد مستغل استغلال تام

أي ان كافة وحدات الجهة اليمنى للقيد تم استغلالها ولا يوجد فائض وكذلك نستطيع ان نعرف ان القيد الذي

قيمة $slack = 0$ فان يشارك في تحقيق الأرباح او له قيمة اقتصادية shadow prices

• كذلك نستطيع من جدول الحل الأمثل ان نحدد اعلى تغيير وادنى تغيير في قيمة ربح الوحدة للمتغيرات بحيث

يبقى الحل الأمثل امثل

• وكذلك نستطيع من جدول الحل الأمثل ان نحدد اعلى وادنى تغيير في قيمة الجهة اليمنى للقيود بحيث يبقى

الحل الأمثل امثل أي لا يتأثر

4- تحليل اذا تم تغيير دالة الهدف او القيود ماذا يحدث للحل الأمثل أي ماذا يحدث لكل مما يأتي

• الحل الأمثل هل ازدادت قيمة Z

• هل تغيرت قيم المتغيرات أي قيم كل من $X_1, X_2, X_3 \dots$

• حالة القيود او المحددات هل تغيرت

• القيمة الاقتصادية لكل قيد هل تغيرت

مثال :- اذا كان لديك مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\text{Max } Z = 5X_1 + 6X_2$$

S.T.

$$2X_1 + 2X_2 \leq 100$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 120$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

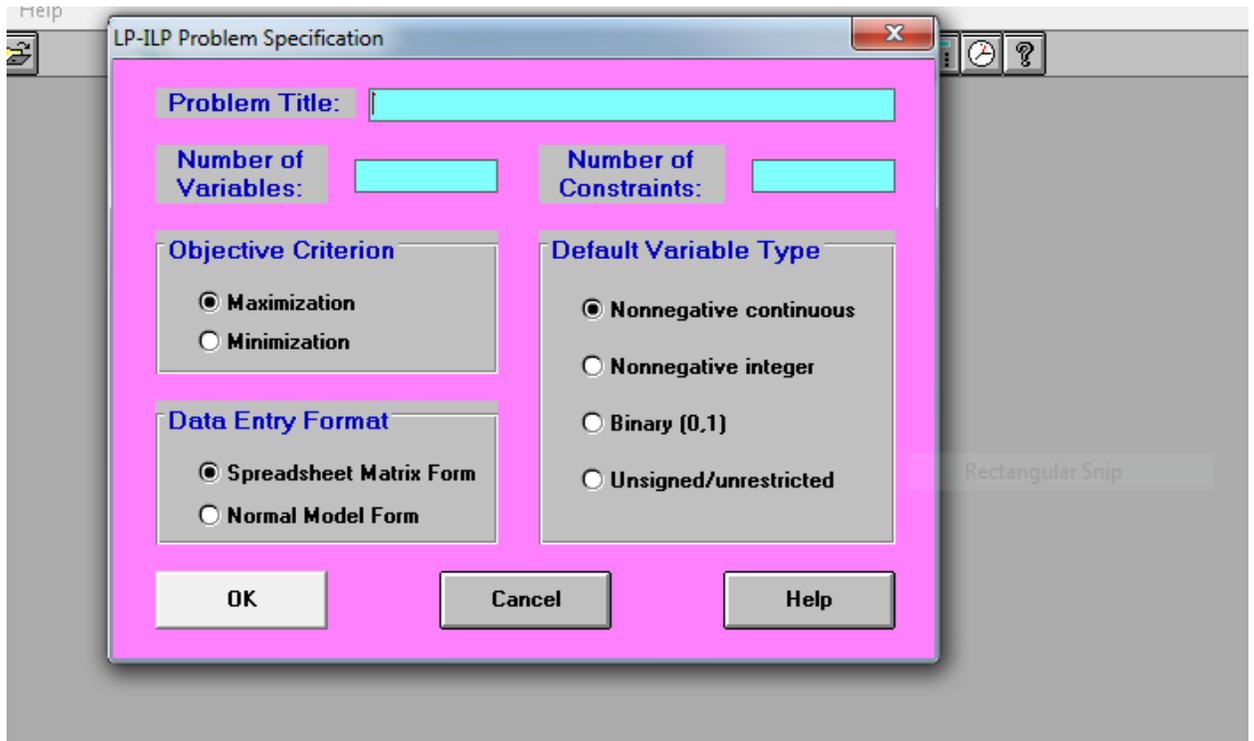
- 1- وضح كافة الخطوات في ادخال هذه المسألة باستخدام طريقة السمبلكس الى نظام QSB
 - 2- اوضح كافة الخطوات في حل هذه المسألة باستخدام طريقة السمبلكس
 - 3- فسر نتائج جدول مخرجات الحل الأمثل والموضحة في الجدول ادناه لهذه المسألة
- جدول مخرجات الحل الأمثل للمسألة

| 14:17:04 | | Tuesday | May | 05 | 2020 | | | |
|--------------------|----------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|---------------------|---------------------|----------|
| Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) | |
| 1 | X1 | 0 | 5.0000 | 0 | -1.0000 | at bound | -M | 6.0000 |
| 2 | X2 | 50.0000 | 6.0000 | 300.0000 | 0 | basic | 5.0000 | M |
| Objective Function | | (Max.) = | 300.0000 | | | | | |
| Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS | |
| 1 | C1 | 100.0000 | <= | 100.0000 | 0 | 3.0000 | 0 | 120.0000 |
| 2 | C2 | 100.0000 | <= | 120.0000 | 20.0000 | 0 | 100.0000 | M |

الحل :-

جواب الفرع الاول

- 1- يتم تشغيل الحاسبة والنقر على START
 - 2- من قائمة البرامج PROGRAM يتم تشغيل النظام QSB
 - 3- عند تشغيل النظام يتم اختيار الاسلوب البرمجة الخطية
- Linear and Integer programming**
- 4- يظهر لنا مجموعة من الادوات ومنها FILE وننقر علة الامر الفرعي NEW PROBLEM
 - 5- يظهر لنا شاشة ادخال البيانات التالية



- 6- في مربع PROBLEM TITLE يتم ادخال اسم المسألة ولتكن A3
- 7- في مربع NUMBER OF VARIABLE يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد المتغيرات هي 2
- 8- في مربع NUMBER OF COSTRAINT يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد القيود هي 2
- 9- طبعا دالة الهدف حسب السؤال هي MAX
- 10- ننقر على OK
- 11- يظهر لنا جدول ادخال البيانات حيث يتم ادخال بيانات المسألة

| Variable | X1 | X2 | Direction | RHS |
|---------------|------------|------------|-----------|-----|
| MAX | | | | |
| C1 | | | | |
| C2 | | | | |
| Lower Bound | | | | |
| Upper Bound | | | | |
| Variable Type | continuous | Continuous | | |

جواب الفرع الثاني

1- يتم ادخال بيانات المسألة وكما في الجدول التالي

| Variable | X1 | X2 | Direction | RHS |
|---------------|------------|------------|-----------|-----|
| MAX | 5 | 6 | | |
| C1 | 2 | 2 | ≤ | 100 |
| C2 | 4 | 2 | ≤ | 120 |
| Lower Bound | | | | |
| Upper Bound | | | | |
| Variable Type | continuous | Continuous | | |

2- يتم النقر على الامر SOLVE AND ANALYS ومن ثم الامر SOLVE THE PROBLEM

3- حيث يظهر لنا جدول يوضح الحل الامثل لهذه المسألة والذي موضح في معطيات السؤال

جواب الفرع الثالث

من جدول مخرجات النظام والموضح في معطيات السؤال نستطيع ان نفسر الجدول وكما يلي

1- الحل الامثل هو

من الجدول اعلاه في السؤال فان الحل الامثل هو

$$X1 = 0$$

$$X2 = 50.000$$

$$Z = 300.000$$

2- اعلى وادنى تغيير في ربح الوحدة الواحدة هي

| المتغير | ادنى تغيير | اعلى تغيير |
|---------|------------|------------|
| X1 | M | 6 |
| X2 | 5 | M |

3- حالة القيود

| القيد | الفائض SLACK | حالة القيد |
|-----------|--------------|------------|
| الاول C1 | 0 | مستغل |
| الثاني C2 | 20 | غير مستغل |

4- اعلى وادنى تغيير في الجهة اليمنى للقيود

| القيد | ادنى تغيير | اعلى تغيير |
|-------|------------|------------|
| C1 | 0 | 120 |
| C2 | 100 | M |

PROGRAMMING LINEAR البرمجة الخطية

تمرين ثانى طريقة السمبلكس

احد اساليب بحوث العمليات المهمة هو اسلوب البرمجة الخطية حيث يتم حل ايجاد الحل الأمثل في حالة تعظيم الربح MAX او في حالة تدنية الكلفة او الخسارة MIN حيث سبق وان تم حل المسائل باستخدام طريقة الرسم البياني ولكن في حالة اذا كانت المسألة تتضمن مجموعة من المتغيرات ومجموعة كبيرة من القيود فانه يصعب ايجاد الحل يدويا لذا فان نظام ال QSB يساعدنا في حل المسائل الكبيرة

من الأمور المهمة التي يتطلب معرفتها هي

- 1- كيفية ادخال البيانات الى نظام ال QSB
- 2- كيفية ايجاد الحل الأمثل
- 3- تفسير النتائج
- 4- اذا تم تغيير دالة الهدف او القيود ماذا يحدث للحل الأمثل

مثال :- اذا كانت لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2 + 6X_3$$

S.T

$$1X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 120$$

$$2X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 200$$

$$4X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 80$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

المطلوب

1- وضح كيف يتم ادخال هذه المسألة الى نظام ال QSB

2-:- فسر نتائج حل هذه المسألة والموضحة في الجدول مخرجات النظام التالي

مخرجات النظام

| | Decision Variable | Solution value | Unit profit | Total contribution | Reduced cost | Basic status | Allowable min cij | Allowable max cij |
|---|-------------------|----------------|-------------|--------------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|
| 1 | X1 | 13.3333 | 2.0000 | 26.6667 | 0 | basic | 1.5000 | 24.0000 |
| 2 | X2 | 0 | 3.0000 | 0 | - 6.0667 | At bound | -M | 9.0667 |
| 3 | X3 | 26.6667 | 6.0000 | 160.0000 | 0 | basic | 1.8636 | 8.0000 |
| | objective | fuction | Max= | 186.6667 | | | | |
| | constraint | Left hand side | direction | Right hand side | Slack or surplus | Shadow price | Allowable min RHS | Allowable max RHS |
| 1 | C1 | 120.000 | ≤ | 120.000 | 0 | 1.4667 | 20.000 | 260.000 |
| 2 | C2 | 106.667 | ≤ | 200.000 | 93.333 | 0 | 106.667 | M |
| 3 | C3 | 80.000 | ≤ | 80.000 | 0 | 0.1333 | 30.000 | 360.000 |

الحل:-

جواب الفرع الاول :-

خطوات ادخال بيانات هذه المسألة الى نظام ال QSB

1- يتم تشغيل الحاسبة والنقر على START

2- من قائمة البرامج PROGRAM يتم تشغيل النظام QSB والذي هو سبق

وان تم تنصيبه على الحاسبة

3- عند تشغيل النظام يتم اختيار اسلوب البرمجة الخطية linear programming

4- يظهر لنا مجموعة من الادوات ومنها FILE وننقر على الأمر الفرعي new problem

5- يظهر لنا شاشة ادخال مواصفات المسألة التالية "

مواصفات المسألة

LP-ILP Problem Specification

Problem Title:

Number of Variables:

Number of Constraints:

Objective Criterion

Maximization

Minimization

Default Variable Type

Nonnegative continuous

Nonnegative integer

Binary (0,1)

Unsigned/unrestricted

Data Entry Format

Spreadsheet Matrix Form

Normal Model Form

OK Cancel Help

6- في مربع problem title يتم ادخال اسم المسألة ولتكن A2

7- في مربع number of variables يتم ادخال 3 الن حسب هذا السؤال عدد المتغيرات هي 3

8- في مربع number of constraints يتم ادخال 3الن حسب هذا السؤال فاعن عدد القيود هي 3

9- طبعا دالة الهدف حسب السؤال هي MAX

11- ننقر على OK

11- يظهر لنا جدول ادخال البيانات وهو

جدول ادخال البيانات

| Variable | R H S | DIRECTION | X3 | X2 | X1 |
|-------------|-------|-----------|----|----|----|
| MAX | | | | | |
| C1 | | | | | |
| C2 | | | | | |
| C3 | | | | | |
| LOWER BOUND | | | 0 | 0 | 0 |
| UPPER BOUND | | | M | M | M |

12- يتم ادخال بيانات المسألة في الجدول أعلاه وكما موضحة في الجدول التالي

| Variable | R H S | DIRECTION | X3 | X2 | X1 |
|-------------|-------|-----------|----|----|----|
| MAX | | | 6 | 3 | 2 |
| C1 | 120 | ≤ | 4 | 6 | 1 |
| C2 | 200 | ≤ | 3 | 5 | 2 |
| C3 | 80 | ≤ | 1 | 2 | 4 |
| LOWER BOUND | | | 0 | 0 | 0 |
| UPPER BOUND | | | M | M | M |

ملاحظة

ان الجزء العلوي للجدول يخص معلومات دالة الهدف objective function اما الجزء الثاني يخص معلومات القيود C3,C2,C1

13- يتم النقر على الامر solve and analysis

14- ومن ثم يتم اختيار الامر الفرعي - solve the problem حيث يظهر لنا جدول يوضح الحل الامثل لهذه المسألة وهو

| | Decision Variable | Solution value | Unit profit | Total contribution | Reduced cost | Basic status | Allowable min cij | Allowable max cij |
|---|-------------------|----------------|-------------|--------------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|
| 1 | X1 | 13.3333 | 2.0000 | 26.6667 | 0 | Basic | 1.5000 | 24.0000 |
| 2 | X2 | 0 | 3.0000 | 0 | - 6.0667 | At bound | -M | 9.0667 |
| 3 | X3 | 26.6667 | 6.0000 | 160.0000 | 0 | Basic | 1.8636 | 8.0000 |
| | objective fuction | | Max= | 186.6667 | | | | |
| | constraint | Left hand side | Direction | Right hand side | Slack or surplus | Shadow price | Allowable min RHS | Allowable max RHS |
| 1 | C1 | 120.000 | ≤ | 120.000 | 0 | 1.4667 | 20.000 | 260.000 |
| 2 | C2 | 106.667 | ≤ | 200.000 | 93.333 | 0 | 106.667 | M |
| 3 | C3 | 80.000 | ≤ | 80.000 | 0 | 0.1333 | 30.000 | 360.000 |

جواب الفرع الثاني

لتفسير جدول الحل الامثل يتطلب الاجابة على اربعة امور وهي

1- ما هي قيم المتغيرات وقيمة Z

2- ما هو اعلى وادنى تغيير في ربح / كلفة الوحدة الواحدة من المتغيرات بحيث يبقى الحل الامثل امثل (ويقصد ان المتغيرات في الحل الامثل تبقى نفسها أي في هذا التمرين تبقى للمتغيرات X1 , X3 لها قيم اما المتغير X2 فان قيمته تساوي صفر)

3- حالة القيود

4- ما هو اعلى وادنى تغيير في قيمة الجهة اليمنى للقيود

ملاحظة كل هذه المعلومات موجودة في جدول الحل والذي يتم اعطائه مع السؤال في الامتحان اذا كان نظري
اذن جواب الفرع الثاني هو

1- الحل الامثل هو

من الجدول اعلاه في السؤال فان الحل الامثل هو

$$X1 = 13.3333$$

$$X2 = 0$$

$$X3 = 26.6667$$

$$\text{OBJECTIVE FUNCTION } Z = 186.666$$

2- ادنى واعلى تغيير في ربح الوحدة الواحدة للمتغيرات هو كما في الجدول التالي

| Decision variable المتغير | Allowable Min Cij ادنى تغيير في ربح الوحدة الواحدة | Allowable Max cij اعلى تغيير في ربح الوحدة الواحدة |
|------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| X1 | 1.500 | 24.000 |
| X2 | -M | 9.0667 |
| X3 | 1.8636 | 8.000 |

3- حالة القيود

من جدول الحل اذا كان القيد يتضمن SLACK اي فائض فان القيد غير مستغل واذا كان SLACK يساوي صفر معنى ذلك ان القيد مستغل حيث نستطيع ان نستنتج ان القيد الثاني والثالث مستغلين ولا يحتويان على فائض لذا ظهر لهما سعر الظل أي انهما يحققان الربح وفي الجدول التالي نوضح ذلك وكذلك ادنى واعلى تغيير في قيمة الجهة اليمنى للقيود

| Constraint القيد | Slack الفائض | Status حالة القيد | Allowable Min RHS ادنى تغيير | Allowable Max RHS اعلى تغيير |
|---------------------|-----------------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| C1 | 0 | مستغل | 20.000 | 260.000 |
| C2 | 93.33 | غير مستغل | 106.667 | M |
| C3 | 0 | مستغل | 30.000 | 360.000 |

تمرين ثالث في البرمجة الخطية
طريقة السمبلكس

مثال :- اذا كانت لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

S.T.

$$5X_1 + 7X_2 \leq 35$$

$$4X_1 + 9X_2 \leq 38$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

المطلوب

اولا :- وضح كيف يتم ادخال هذه المسألة الى نظام ال QSB

ثانيا :- فسر نتائج حل هذه المسألة والموضحة في جدول المخرجات التالي جدول 1

جدول 1

| | 21:44:16 | | Friday | April | 23 | 2021 | | |
|---|-------------------|----------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|---------------------|---------------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) |
| 1 | X1 | 2.8824 | 2.0000 | 5.7647 | 0 | basic | 1.3333 | 2.1429 |
| 2 | X2 | 2.9412 | 3.0000 | 8.8235 | 0 | basic | 2.8000 | 4.5000 |
| | Objective | Function | (Max.) = | 14.5882 | | | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS |
| 1 | C1 | 35.0000 | <= | 35.0000 | 0 | 0.3529 | 29.5556 | 47.5000 |
| 2 | C2 | 38.0000 | <= | 38.0000 | 0 | 0.0588 | 28.0000 | 45.0000 |

ثالثا :- اذا تم تغيير ربح الوحدة الواحدة للمتغير الثاني X2 الى \$5 فسر التغيير الذي حصل علما ان الجدول التالي جدول 2 هو مخرجات هذا التغيير

جدول 2

| 21:45:14 | | Friday | April | 23 | 2021 | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|---------------------|---------------------|---------|
| Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) | |
| 1 | X1 | 0 | 2.0000 | 0 | -0.2222 | at bound | -M | 2.2222 |
| 2 | X2 | 4.2222 | 5.0000 | 21.1111 | 0 | basic | 4.5000 | M |
| | Objective Function | (Max.) = | 21.1111 | | | | | |
| Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS | |
| 1 | C1 | 29.5556 | <= | 35.0000 | 5.4444 | 0 | 29.5556 | M |
| 2 | C2 | 38.0000 | <= | 38.0000 | 0 | 0.5556 | 0 | 45.0000 |

رابعاً :- اذا تم تغيير قيمة الجهة اليمنى للقيود الاول الى 50 وحدة فسر التغيير الذي حصل على الحل الامثل علما الجدول التالي جدول 2 هو مخرجات هذا التغيير

جدول 3

| 17:48:31 | | Saturday | April | 24 | 2021 | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|---------------------|---------------------|---------|
| Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) | |
| 1 | X1 | 9.5000 | 2.0000 | 19.0000 | 0 | basic | 1.3333 | M |
| 2 | X2 | 0 | 3.0000 | 0 | -1.5000 | at bound | -M | 4.5000 |
| | Objective Function | (Max.) = | 19.0000 | | | | | |
| Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS | |
| 1 | C1 | 47.5000 | <= | 50.0000 | 2.5000 | 0 | 47.5000 | M |
| 2 | C2 | 38.0000 | <= | 38.0000 | 0 | 0.5000 | 0 | 40.0000 |

جواب الفرع الاول :- خطوات ادخال بيانات هذه المسألة الى نظام ال QSB

- 12 يتم تشغيل الحاسبة والنقر على START
- 13 من قائمة البرامج PROGRAM يتم تشغيل النظام QSB
- 14 عند تشغيل النظام يتم اختيار الاسلوب البرمجة الخطية والعديية LINEAR and INTEGER
- PROGRAMMING**
- 15 يظهر لنا مجموعة من الادوات ومنها FILE وننقر علة الامر الفرعي " NEW PROBLEM مسالة جديدة "
- 16 يظهر لنا شاشة ادخال البيانات التالية
- 17 في مربع PROBLEM TITLE يتم ادخال اسم المسألة ولتكن A3
- 18 في مربع NUMBER OF VARIABLE " عدد المتغيرات " يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد المتغيرات هي 2
- 19 في مربع NUMBER OF CONSTRAINT " عدد القيود " يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد القيود هي 2
- 20 طبعا دالة الهدف حسب السؤال هي MAX
- 21 نضلل ال NON NEGATIVE CONTINOUS لان المسألة برمجة خطية كما في الجدول التالي

LP-ILP Problem Specification

Problem Title: lp12

Number of Variables: 2

Number of Constraints: 2

Objective Criterion

Maximization

Minimization

Data Entry Format

Spreadsheet Matrix Form

Normal Model Form

Default Variable Type

Nonnegative continuous

Nonnegative integer

Binary (0,1)

Unsigned/unrestricted

OK Cancel Help

- 22 ننقر على OK
- 23 يظهر لنا جدول ادخال البيانات حيث يتم ادخال بيانات المسألة

| Variable --> | X1 | X2 | Direction | R. H. S. |
|--------------|------------|------------|-----------|----------|
| Maximize | 2 | 3 | | |
| C1 | 5 | 7 | <= | 35 |
| C2 | 4 | 9 | <= | 38 |
| LowerBound | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | | |
| VariableType | Continuous | Continuous | | |

- 24 يتم النقر على الامر SOLVE AND ANALYS
- 25 حيث يظهر لنا جدول يوضح الحل الامثل لهذه المسألة

| | 21:44:16 | | Friday | April | 23 | 2021 | | |
|---|--------------------|----------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|---------------------|---------------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) |
| 1 | X1 | 2.8824 | 2.0000 | 5.7647 | 0 | basic | 1.3333 | 2.1429 |
| 2 | X2 | 2.9412 | 3.0000 | 8.8235 | 0 | basic | 2.8000 | 4.5000 |
| | Objective Function | | (Max.) = | 14.5882 | | | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS |
| 1 | C1 | 35.0000 | <= | 35.0000 | 0 | 0.3529 | 29.5556 | 47.5000 |
| 2 | C2 | 38.0000 | <= | 38.0000 | 0 | 0.0588 | 28.0000 | 45.0000 |

جواب الفرع الثاني

الحل الامثل هو

من الجدول اعلاه في السؤال فان الحل الامثل هو

$$X1 = 2.8824$$

$$X2 = 2.9412$$

$$Z = 14.5882$$

حالة القيود

| القيد | قيمة slack | سعر الظل shadow price | حالة القيد |
|--------|------------|-----------------------|------------|
| الأول | 0 | 0.3529 | مستغل |
| الثاني | 0 | 0.0588 | مستغل |

جواب الفرع الثالث

عند تغيير ربح الوحدة الواحدة للمتغير الثاني x_2 حيث يصبح الربح \$5 بدلا من بدلا من 3.5 للمقارنة وللتعرف على تأثير ذلك على الحل الامثل يتم مقارنة بين الحلين اي في قبل التغيير ومن ثم بعد التغيير ويمكن تحديد التأثير من الجدولين الاول والثاني اعلاه وكما يلي

1- التأثير على الحل الامثل

| الملاحظات | بعد التغيير | قبل التغيير | |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------|------------|
| نلاحظ ان الشركة سوف لن تنتج من المنتج X_1 | 0 | 2.8874 | قيمة X_1 |
| في حين سوف يزداد انتاجها من المنتج X_2 مما يحقق ربح اكثر من قبل التغيير | 4.222 | 2,9412 | قيمة X_2 |
| | 21.111 | 14.5882 | قيمة Z |

2- التأثير على حالة القيود

| الملاحظات | بعد التغيير | | | قبل التغيير | | | القيود |
|-------------------------------------------------------|-------------|----------|--------|-------------|----------|-------|--------|
| | حالة القيد | سعر الظل | slack | حالة القيد | سعر الظل | Slack | |
| نلاحظ ان القيد الاول اصبح غير مستغل اي يحتوي على فائض | غير مستغل | 0 | 5.4444 | مستغل | 0.3529 | 0 | الأول |
| نلاحظ ان القيد الثاني ما زال مستغل ولا يوجد فيه فائض | مستغل | 0.5556 | 0 | مستغل | 0.0588 | 0 | الثاني |

جواب الفرع الرابع

عند تغيير قيمة الجهة اليمنى للقيود الاول الى 50 بدلا من 35 يتم مقارنة وللتعرف على تأثير ذلك على الحل الامثل يتم مقارنة بين الحلين اي في قبل التغيير ومن ثم بعد التغيير ويمكن تحديد التأثير من الجدولين الاول والثاني اعلاه وكما يلي

1- التأثير على الحل الامثل

| الملاحظات | بعد التغيير | قبل التغيير | قيمة |
|---------------------------------------|-------------|-------------|------|
| نلاحظ ان الشركة سوف تنتج من المنتج X1 | 9.5 | 2.8874 | X1 |
| وتحقق ربح اكثر حيث بلغت الارباح \$ 19 | 0 | 2,9412 | X2 |
| | 19 | 14.5882 | Z |

2- التأثير على حالة القيود

| الملاحظات | بعد التغيير | | | قبل التغيير | | | القيود |
|-------------------------------------------------------|-------------|----------|-------|-------------|----------|-------|--------|
| | حالة القيد | سعر الظل | slack | حالة القيد | سعر الظل | slack | |
| نلاحظ ان القيد الاول اصبح غير مستغل اي يحتوي على فائض | غير مستغل | 0 | 2.5 | مستغل | 0.3529 | 0 | الأول |
| نلاحظ ان القيد الثاني ما زال مستغل ولا يوجد فيه فائض | مستغل | 0.5 | 0 | مستغل | 0.0588 | 0 | الثاني |

الفصل الرابع

البرمجة العددية " الصحيحة "

INTEGER PROGRAMMING

1

سلوب البرمجة العددية INTEGER PROGRAMMING احدى اساليب بحوث العمليات والتي تستخدم في الحالات التالية :-

1- اذا كانت المتغيرات من نوع عدد صحيح اي integer مثلا اذا كان المنتج عدد من السيارات التي يتم انتاجها او عدد العاملين الذين يتطلب تشغيلهم حيث في هذه الحالة فان المتغيرات X_i يجب ان تكون

$$X_i \geq 0 \text{ and integer}$$

اي يجب ان تكون عدد صحيح

2- اذا كانت المتغيرات من 0 او 1 مثلا في حالة تخصيص الاعمال للعمال او تخصيص المشاريع للشركات بحيث لكل عامل عمل واحد فقط او لكل شركة مشروع واحد فقط او في جالة نصب اقل عدد من الكاميرات لتغطية مجموعة من الطرق

تمرين 1

شركة تنتج ثلاثة أنواع من السيارات فإذا كانت ربح السيارة الواحدة من الواحدة 250 دولار وربح السيارة من النوع الثاني 350 دولار وان ربح السيارة الثالثة 400 دولار

هذا وان الشركة تستخدم ثلاثة خطوط انتاج لصناعة هذه السيارات وقد تم صياغة هذه المسألة كما يلي

$$\text{Max } Z = 250 X_1 + 350 X_2 + 400X_3$$

S T

$$X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 2500 \text{ عدد ساعات العمل للخط الإنتاجي الاول}$$

$$5X_1 + 7X_2 + 3X_3 \leq 2000 \text{ عدد ساعات العمل للخط الإنتاجي الثاني}$$

$$2X_1 + 7X_2 + 8X_3 \leq 3000 \text{ عدد ساعات العمل للخط الإنتاجي الثالث}$$

$$X_1 , X_2 , x_3 \geq 0 \text{ and integer}$$

نلاحظ ان ناتج المتغيرات الثلاثة والتي تمثل انتاج ثلاثة أنواع من السيارات يجب ان تكون عدد صحيح اي لا تحتوي على كسور لذا نستخدم البرمجة العددية بدلا من البرمجة الخطية وعلية فانه يجب اضافة القيد الاخير والذي يمثل
(> 0 and integer)

المطلوب

1- اكتب الخطوات الازمة لادخال هذه المسألة الى نظام QSB

2- اكتب الخطوات لحل المسألة

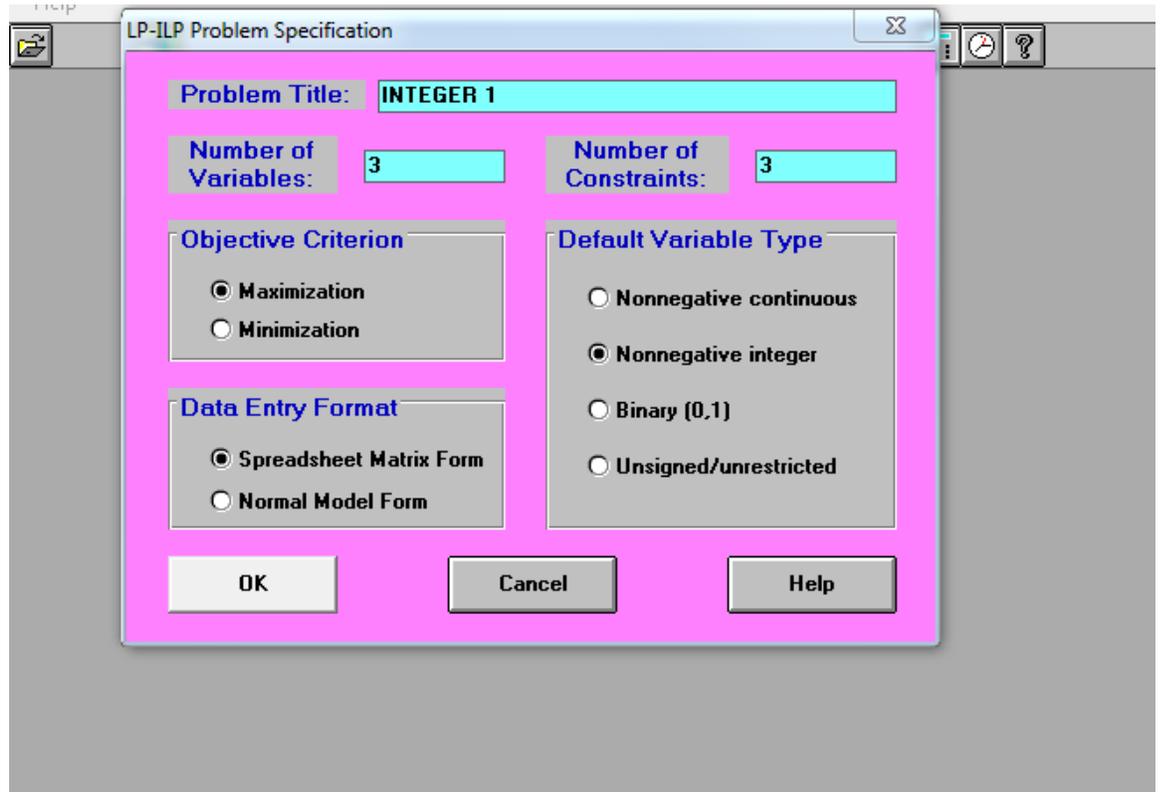
3- 3- اذا كان نتيجة الحل الجدول التالي فسر هذا الجدول

| | 23:10:33 | | Wednesday | April | 21 | 2021 |
|---|-----------|------------|--------------|--------------|------------|----------|
| | Decision | Solution | Unit Cost or | Total | Reduced | Basis |
| 1 | X1 | 206.0000 | 250.0000 | 51.500.0000 | 250.0000 | at bound |
| 2 | X2 | 0 | 350.0000 | 0 | 350.0000 | at bound |
| 3 | X3 | 323.0000 | 400.0000 | 129.200.0000 | 0 | basic |
| | Objective | Function | (Max.) = | 180.700.0000 | | |
| | | Left Hand | | Right Hand | Slack | Shadow |
| 1 | C1 | 1.175.0000 | <= | 2.500.0000 | 1.325.0000 | 0 |
| 2 | C2 | 1.999.0000 | <= | 2.000.0000 | 1.0000 | 0 |
| 3 | C3 | 2.996.0000 | <= | 3.000.0000 | 4.0000 | 0 |

الحل

اولا :- خطوات ادخال المسألة الى نظام QSB

- 1- يتم تشغيل نظام QSB وذلك بتشغيله من سطح المكتب اذا كان موجود في سطح المكتب winQSB او من خلال start ثم program ثم الضغط على النظام winQSB
- 2- نختار الاسلوب linear and integer programming
- 3- نفتح لنا شاشة فيها الامر الرئيسي file نختار الامر الفرعي new problem حيث تفتح لنا النافذة كما في الصورة التالية



4- يتم ادخال مواصفات التمرين وهي

- اسم المسألة في حقل file name
- عدد متغيرات المسألة في خانة number of variable حيث حسب هذا السؤال فان عدد المتغيرات هي 3
- عدد القيود حيث حسب هذا السؤال 3
- نوع المتغيرات default variable type حيث حسب السؤال هذا فان نوع المتغيرات هي 0 and integer
- \geq حيث نظل في حقل nonnegative integer
- دالة الهدف هي max اذن نضل maximization
- نضغط على o k حيث تظهر لنا جدول لادخال بيانات المسألة وهي في الشكل التالي

| Variable --> | X1 | X2 | X3 | Direction | R. H. S. |
|--------------|---------|---------|---------|-----------|----------|
| Maximize | | | | | |
| C1 | | | | <= | |
| C2 | | | | <= | |
| C3 | | | | <= | |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | | |
| VariableType | Integer | Integer | Integer | | |

5- يتم ادخال بيانات هذا السؤال في الجدول اعلاه اي معاملات دالة الهدف ومعاملات القيود والجهة اليمنى للقيود وكما موضح في الجدول التالي

| Variable --> | X1 | X2 | X3 | Direction | R. H. S. |
|--------------|---------|---------|---------|-----------|----------|
| Maximize | 250 | 350 | 400 | | |
| C1 | 1 | 3 | 3 | <= | 2500 |
| C2 | 5 | 7 | 3 | <= | 2000 |
| C3 | 2 | 7 | 8 | <= | 3000 |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | | |
| VariableType | Integer | Integer | Integer | | |

ثانيا :- خطوات حل السؤال

- 1- بعد ان يتم ادخال بيانات السؤال في الجدول اعلاه
 2- من الامر الرئيس solve and analysis سيتم اختيار الامر الفرعي solve the problem وذلك من اجل حل المسألة حيث يظهر لنا الحل كما موضح في الجدول التالي

| | 23:10:33 | | Wednesday | April | 21 | 2021 |
|---|-----------|------------|--------------|--------------|------------|----------|
| | Decision | Solution | Unit Cost or | Total | Reduced | Basis |
| 1 | X1 | 206.0000 | 250.0000 | 51.500.0000 | 250.0000 | at bound |
| 2 | X2 | 0 | 350.0000 | 0 | 350.0000 | at bound |
| 3 | X3 | 323.0000 | 400.0000 | 129.200.0000 | 0 | basic |
| | Obiective | Function | (Max.) = | 180.700.0000 | | |
| | | Left Hand | | Right Hand | Slack | Shadow |
| 1 | C1 | 1.175.0000 | <= | 2.500.0000 | 1.325.0000 | 0 |
| 2 | C2 | 1.999.0000 | <= | 2.000.0000 | 1.0000 | 0 |
| 3 | C3 | 2.996.0000 | <= | 3.000.0000 | 4.0000 | 0 |

ثالثا :- تفسير جدول الحل الامثل

من بيانات الجدول اعلاه يمكن استخراج المعلومات التالية والتي تعبر عن الحل الامثل و حالة القيود

1- الحل الامثل

$$X1 = 206$$

$$X2 = 0$$

$$X3 = 323$$

$$Z = 180700$$

2- حالة القيود

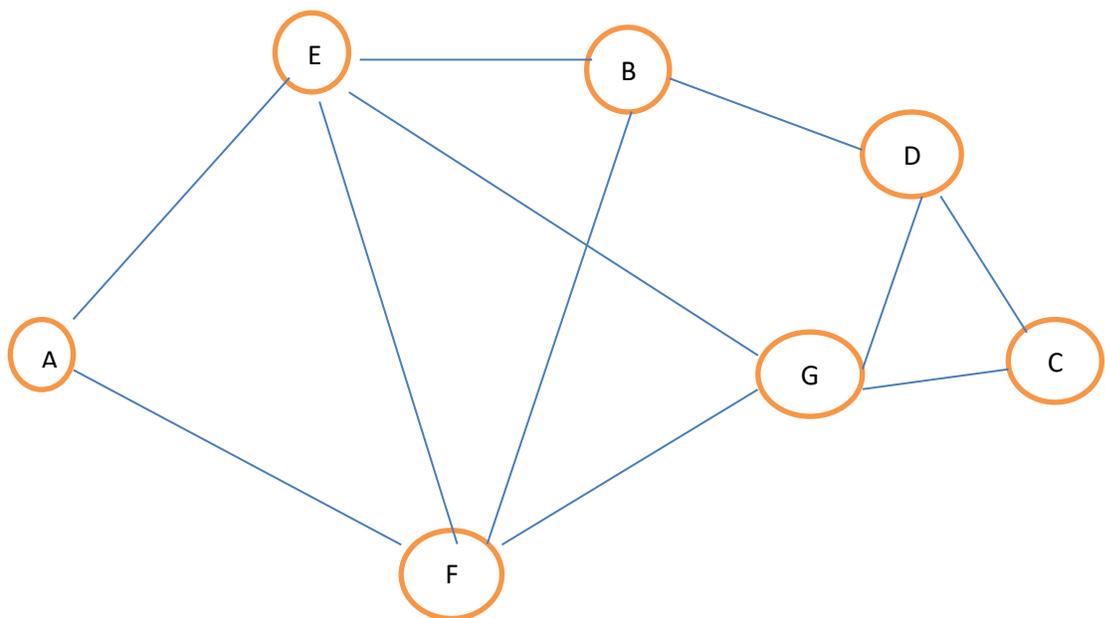
| مقدار الفائض | حالة القيد | سعر الظل shadow price | قيمة الفائض slack | القيد |
|--------------|---------------------------------------|--------------------------|----------------------|--------|
| 1.325 | غير مستغل لان قيمة slack لا تساوي صفر | 0 لان القيد فيه فائض | 1.325 | الأول |
| 1.000 | غير مستغل لان قيمة slack لا تساوي صفر | 0 لان القيد فيه فائض | 1.000 | الثاني |
| 4.000 | غير مستغل لان قيم slack لا تساوي صفر | 0 لان القيد فيه فائض | 4.000 | الثالث |

تمرين 2

في هذا التمرين نوضح كيفية استخدام البرمجة العددية "الصحيحة" في حل مسائل التي تتضمن

(0, 1)

لنفرض ان احدى الشركات تنوي نصب اقل عدد ممكن من الكاميرات لتغطية شوارع مدينة وكما في المخطط التالي



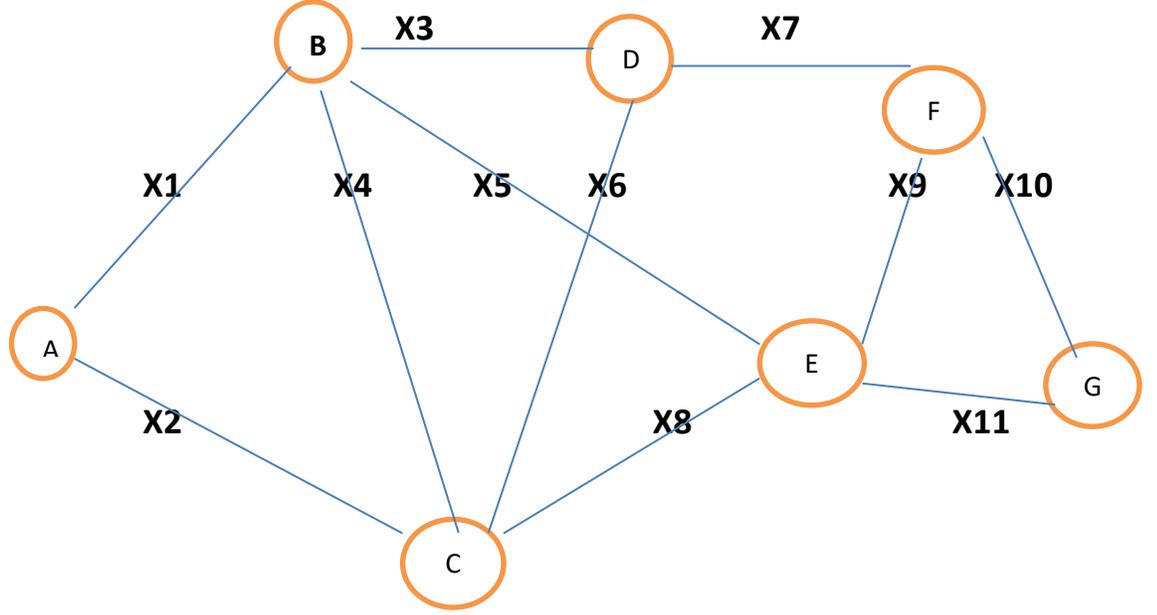
المطلوب

1- صياغة المسألة باستخدام البرمجة العددية integer programming

2- اكتب كافة الخطوات اللازمة لإدخال المسألة في نظام QSB

3- اوجد الحل الامثل ثم فسر جدول الحل الامثل وهو

| | 00:32:35 | | Thursday | April | 22 | 2021 |
|----|--------------------------|-----------------------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status |
| 1 | X1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 2 | X2 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 3 | X3 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 4 | X4 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 5 | X5 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 6 | X6 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 7 | X7 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 8 | X8 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 9 | X9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 10 | X10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0 | basic |
| 11 | X11 | 0 | 1.0000 | 0 | 0 | at bound |
| | Objective | Function | (Min.) = | 4.0000 | | |
| | | | | | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price |
| 1 | C1 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 2 | C2 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 3 | C3 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 4 | C4 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 5 | C5 | 2.0000 | >= | 1.0000 | 1.0000 | 0 |
| 6 | C6 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 7 | C7 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 1.0000 |



الحل

اولا :- صياغة المسألة

- 1- يتم اعطاء لكل شارع متغير وكما موضح في الشكل اعلاه
- 2- نلاحظ لدينا في الشكل 11 شارع اذن عنمنا 11 متغير x_1, x_2, \dots, x_{11}
- 3- دالة الهدف هنا هي \min اي نصب الكاميرات في اقل عدد ممكن
- 4- القيود هي مجموع المتغيرات في كل دائرة او تقاطع للشوارع
- 5- الجهة اليمنى للقيود هي (≥ 1)
- 6- ان نوع المتغيرات هي 0, 1 اي نصب كاميرة او لا ننصب في تقاطع الشوارع هي

اذن صياغة المسألة باستخدام البرمجة العددية هي :-

$$\text{Min } Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11}$$

S t

$$X_1 + x_2 \geq 1$$

$$X_1 + X_3 + X_4 + X_5 \geq 1$$

$$X_3 + X_6 + X_7 \geq 1$$

$$X_2 + X_4 + X_6 + X_8 \geq 1$$

$$X_5 + X_8 + X_9 \geq 1$$

$$X_7 + X_9 + X_{11} \geq 1$$

$$X_{10} + X_{11} \geq 1$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11} = (0, 1)$$

ثانيا :- خطوات ادخال المسألة الى نظام QSB

- 1- من نظام QSB نختار الاسلوب linear and integer programming
- 2- من الامر FILE نختار الامر الفرعي new problem تظهر لنا النافذة التالية

LP-ILP Problem Specification

Problem Title: INTEGER 2

Number of Variables: 11

Number of Constraints: 7

Objective Criterion

Maximization

Minimization

Default Variable Type

Nonnegative continuous

Nonnegative integer

Binary (0,1)

Unsigned/unrestricted

Data Entry Format

Spreadsheet Matrix Form

Normal Model Form

OK Cancel Help

3- يتم ادخال مواصفات المسألة وهي

- اسم المسألة في حقل problem name

- عدد المتغيرات وهي التي تمثل عدد الشوارع في خانة **number of variable** والتي تساوي حسب هذا

السؤال 11

- عدد القيود وكما في الصياغة في حقل **number of constraint** وتساوي 7
- نوع المتغيرات هي (0, 1) حيث يتم تضليل الدائرة امام حقل 0,1 Binary
- دالة الهدف هي min حيث يتم تضليل الدائرة امام **minimization**

4- نضغط على ok

5- يظهر لنا جدول ادخال البيانات ويتم ادخال البيانات للمسألة وهو

| Variable --> | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | Direction | R. H. S. |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|----------|
| Minimize | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| C1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | >= | 1 |
| C2 | 1 | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | >= | 1 |
| C3 | | | 1 | | | 1 | 1 | | | | | >= | 1 |
| C4 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | | | | >= | 1 |
| C5 | | | | | 1 | | | 1 | 1 | 1 | | >= | 1 |
| C6 | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | >= | 1 |
| C7 | | | | | | | | | | 1 | 1 | >= | 1 |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| VariableType | Binary | | |

ثالثا :- حل المسألة وتفسير جدول الحل الامثل

- 1- بعد ادخال البيانات في الجدول اعلاه يتم اختيار الامر **solve the problem** ثم الامر **solve and analysis**
- 2- يتم حل المسألة من قبل النظام ويظهر لنا جدول الحل الامثل التالي

| | 00:32:35 | | Thursday | April | 22 | 2021 |
|----|-------------------|----------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status |
| 1 | X1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 2 | X2 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 3 | X3 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 4 | X4 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 5 | X5 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 6 | X6 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 7 | X7 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 8 | X8 | 0 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | at bound |
| 9 | X9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | at bound |
| 10 | X10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 0 | basic |
| 11 | X11 | 0 | 1.0000 | 0 | 0 | at bound |
| | Objective | Function | (Min.) = | 4.0000 | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price |
| 1 | C1 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 2 | C2 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 3 | C3 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 4 | C4 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 5 | C5 | 2.0000 | >= | 1.0000 | 1.0000 | 0 |
| 6 | C6 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 0 |
| 7 | C7 | 1.0000 | >= | 1.0000 | 0 | 1.0000 |

تفسير جدول الحل الامثل

1- قيم المتغيرات هي

$$X1 = 1$$

$$X6 = 1$$

$$X10 = 1$$

$$X11 = 1$$

قيمة Z تساوي 4 اي نصب اربعة كاميرات فقط في مناطق تقاطع الشوارع والتي تمثل المتغيرات اعلاه

ملاحظة :-

خطوات ادخال البيانات هي نفسها في البرمجة الخطية لكن ادخال نوع البيانات في شاشة ادخال البيانات بدلا من CONTINUOUS ندخل INTEGER

تمرين 3 في البرمجة العددية :-
إذا كانت لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\text{Max } Z = 7X_1 + 6X_2$$

$$\text{S.T. } 3X_1 + 5X_2 \leq 100$$

$$9X_1 + 7X_2 \leq 110$$

$$X_1, X_2 \geq 0 \text{ and INTEGER}$$

المطلوب

اولا :- وضح كيف يتم ادخال هذه المسألة الى نظام ال QSB
ثانيا :- فسر نتائج حل هذه المسألة والموضحة في جدول المخرجات 1

جدول المخرجات 1

| | 23:55:34 | | Friday | May | 08 | 2020 |
|---|-------------------|----------------|--------------------------|--------------------|------------------|--------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status |
| 1 | X1 | 7.0000 | 2.0000 | 14.0000 | 0 | basic |
| 2 | X2 | 0 | 3.0000 | 0 | 3.0000 | at bound |
| | Objective | Function | (Max.) = | 14.0000 | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price |
| 1 | C1 | 35.0000 | <= | 35.0000 | 0 | 0.4000 |
| 2 | C2 | 28.0000 | <= | 36.0000 | 8.0000 | 0 |

الحل :-

جواب الفرع الاول :- خطوات ادخال بيانات هذه المسألة الى نظام ال QSB

- 26 يتم تشغيل الحاسبة والنقر على START
- 27 من قائمة البرامج PROGRAM يتم تشغيل النظام QSB
- 28 عند تشغيل النظام يتم اختيار الاسلوب البرمجة الخطية والعددية LINEAR and INTEGER

PROGRAMMING

- 29 يظهر لنا مجموعة من الادوات ومنها FILE وننقر علة الامر الفرعي " NEW PROBLEM " مسألة جديدة "

- 30 يظهر لنا شاشة ادخال البيانات التالية
- 31 في مربع PROBLEM TITLE يتم ادخال اسم المسألة ولتكن INTEGER1
- 32 في مربع NUMBER OF VARIABLE " عدد المتغيرات " يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد المتغيرات هي 2
- 33 في مربع NUMBER OF CONSTRAINT " عدد القيود " يتم ادخال 2 لان حسب هذا السؤال عدد القيود هي 2
- 34 تضليل الدائرة Nonnegative integer
- 35 طبعا دالة الهدف حسب السؤال هي MAX
- 36 كما في النافذة التالية

-37 ننقر على OK

-38 يظهر لنا جدول ادخال البيانات حيث يتم ادخال بيانات المسألة

| Variable --> | X1 | X2 | Direction | R. H. S. |
|--------------|---------|---------|-----------|----------|
| Maximize | 2 | 3 | | |
| C1 | 5 | 7 | <= | 35 |
| C2 | 4 | 9 | <= | 36 |
| LowerBound | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | | |
| VariableType | Integer | Integer | | |

-39 يتم النقر على الامر SOLVE AND ANALYS ومن هذا الامر نختار الامر solve the problem

| | 23:55:34 | | Friday | May | 08 | 2020 |
|---|---------------------------|-----------------------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------|
| | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Basis Status |
| 1 | X1 | 7.0000 | 2.0000 | 14.0000 | 0 | basic |
| 2 | X2 | 0 | 3.0000 | 0 | 3.0000 | at bound |
| | Objective Function | | (Max.) = | 14.0000 | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Shadow Price |
| 1 | C1 | 35.0000 | <= | 35.0000 | 0 | 0.4000 |
| 2 | C2 | 28.0000 | <= | 36.0000 | 8.0000 | 0 |

جواب الفرع الثاني

5- الحل الامثل هو

من الجدول اعلاه فان الحل الامثل هو

$$X1 = 7$$

$$X2 = 0$$

$$Z = 14$$

6- حالة القيود

| حالة القيد | الفائض SLACK | القيد |
|------------|--------------|-----------|
| مستغل | 0 | الاول C1 |
| غير مستغل | 8 | الثاني C2 |

الفصل الخامس

برمجة الاهداف GOAL PROGRAMMING

برمجة الاهداف احدى اهم اساليب بحوث العمليات حيث تطبق في حالة وجد اكثر من هدف يتطلب تحقيقه حيث تختلف عن البرمجة الخطية من خلال

1- البرمجة الخطية تتضمن فقط هدف واحد لكن برمجة الاهداف تحتوي على العديد من الاهداف التي يتطلب تحقيقها

2- دالة الهدف في البرمجة الخطية اما $\max z$ او $\min z$ في حين برمجة الاهداف دائما الدالة عبارة عن تقليل الانحرافات $\min z$

3- في البرمجة الخطية لا توجد اولوية لتحقيق الهدف لأنه هدف واحد في حين برمجة الاهداف توجد اولوية لتحقيق الاهداف

خطوات صياغة برمجة الاهداف

يتطلب اتباع الخطوات التالية لصياغة وحل مسائل برمجة الاهداف وهي

1- صياغة المتغيرات الاساسية ويرمز لها x_1, x_2, x_3, \dots

2- صياغة الانحرافات وهي احرفات الحدود الدنيا ويرمز لها n_i والانحرافات العليا ويرمز لها p_i يقصد بالانحرافات هي الانحرافات عن تحقيق الهدف مثلا لو كان الهدف هو تحقيق لا يقل عن 500\$ ربح فانه يتطلب تقليل الانحراف الادنى اي في هذه الحالة فانه يجب ان نحقق 500 دولار او اكثر واذا كان الهدف مثلا تحقيق انتاج من منتج معين لا يزيد علة 300 وحدة فانه في هذه الحالة يجب تقليل الانحراف الاعلى اي p_i وفي حالة اذا كان يتطلب ان نحقق مبيعات 400 وحدة فانه في هذه الحالة تقليل الانحراف الاعلى والادنى معا

3- صياغة الاهداف مثلا لو كان يتطلب تحقيق الاهداف اعلاه فان صياغة الاهداف ستكون

$$\text{Min } Z = n_1$$

$$\text{Min } Z = p_2$$

$$\text{Min } Z = n_3 + p_3$$

4- صياغة القيود حيث تتضمن القيود مجموعة من قيود الاهداف وقيود المسألة الاساسية

تمرين 1

في هذا التمرين سوف نوضح كافة الخطوات لصياغة مسائل برمجة الاهداف وكيفية ادخال المسألة الى نظام QSB ومن ثم تفسير جدول الحل الأمثل

شركة تنتج نوعين من المنتجات A , B والتي يعتمد على انتاجهما على المواد الاولية من نوع M1 حيث يتوفر 120 وحدة . كل وحدة واحدة من انتاج المنتج A يحتاج الى 4 وحدات من هذه المادة في حين B يحتاج الى 6 وحدات . 120 عامل يعمل في هذه الشركة حيث يتطلب لصناعة وحدة واحدة من المنتج A 4.5 عامل في حين نحتاج الى 6 عمال لإنتاج وحدة واحدة من المنتج B
ربح الوحدة الواحدة من المنتجين A , B هي 30 دولار و 35 دولار على التوالي
الاهداف

- 1- تحقيق ربح لا يقل عن 700 دولار
- 2- تحقيق انتاج من المنتج A لا يقل عن 10 وحدات
- 3- تحقيق باستخدام لا يزيد عن 100 عامل

المطلوب

- 1- صياغة المسألة باستخدام برمجة الاهداف
- 2- اكتب كافة الخطوات لادخال هذه المسألة الى نظام QSB
- 3- فسر نتائج الحل الأمثل

الحل :-

جواب الفرع الاول

1- صياغة المتغيرات

X1 عدد الوحدات من المنتج A

X2 عدد الوحدات من المنتج B

2- صياغة المسألة الاساسية هي اي بدون الاهداف الثلاثة

$$\text{Max } Z = 30 X_1 + 35X_2$$

ST

$$4X_1 + 6X_2 \leq 100$$

$$4.5X_1 + 5X_2 \leq 120$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

3- صياغة قيود الاهداف حسب السؤال

في هذه الحالة يتم اضافة لكل هدف متغيرات الحد الأدنى ناقص الحد الأعلى

$$30X_1 + 35X_2 + n_1 - p_1 = 700$$

$$X_1 + n_2 - p_2 = 10$$

$$4.5 X_1 + 5X_2 + n_3 - p_3 = 100$$

4- صياغة دالة الهدف

حسب هذا السؤال يوجد لدينا ثلاثة اهداف وهي

- تحقيق ربح لا يقل عن 700 دولار ففي هذه الحالة يتم تقبل n_1
- تحقيق انتاج من المنتج A لا يقل عن 10
- تحقيق باستخدام لا يزيد عن 100 عامل

$$\text{Min } Z = n_1$$

$$\text{Min } Z = n_2$$

$$\text{Min } Z = p_3$$

4- تنظيم المسألة وكلاتي

$$\text{Min } G_1 = n_1$$

$$\text{Min } G_2 = n_2$$

$$\text{Min } G_3 = p_3$$

ST

$$4X_1 + 6X_2 \leq 100$$

$$4.5X_1 + 5X_2 \leq 120$$

$$30X_1 + 35X_2 + n_1 - p_1 = 700$$

$$X_1 + n_2 - p_2 = 10$$

$$4.5 X_1 + 5X_2 + n_3 - p_3 = 100$$

$$x_1, x_2, n_1, p_1, n_2, p_2, n_3, p_3 \geq 0$$

جواب الفرع الثاني :- ادخال المسألة في برنامج QSB

1- يتم تشغيل النظام

2- اختيار الاسلوب Goal Programming

3- نفتح لنا نافذة حيث يتم اختيار الامر new problem من الامر file

4- يظهر لنا نافذة ادخال مواصفات المسألة وكما في الشكل ادناه شكل 1

GP-IGP Problem Specification

Problem Title: goal 1

Number of Goals: 3

Number of Variables: 8

Number of Constraints: 5

Default Goal Criteria

Maximization

Minimization

Data Entry Format

Spreadsheet Matrix Form

Normal Model Form

Default Variable Type

Nonnegative continuous

Binary (0,1)

Nonnegative integer

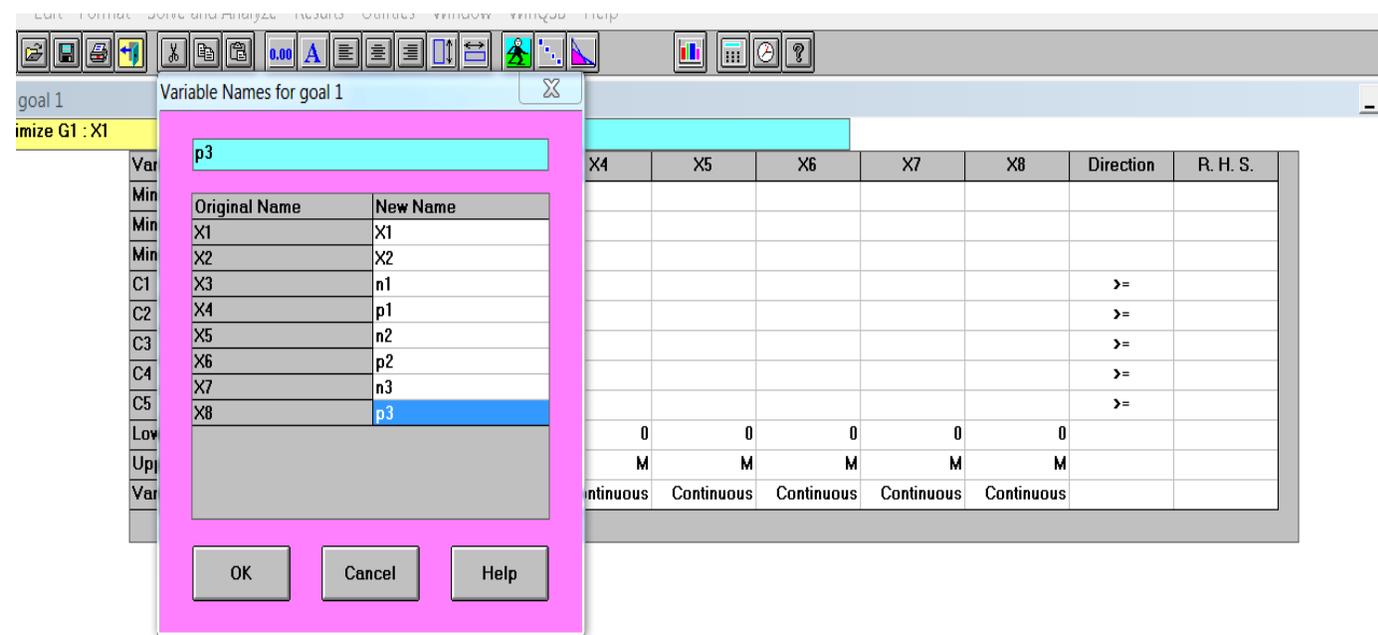
Unsigned/unrestricted

OK Cancel Help

حيث نكتب اسم المسألة في خانة **problem title** ولتكن **goal 1**
 في خانة **number of goals** عدد الاهداف حيث حسب السؤال **3**
 في خانة **number of variables** عدد المتغيرات وحسب السؤال = **8**
 في خانة **number of constraints** عدد القيود والتي = **5**
 نضلل حسب اهداف السؤال **minimization**
 نضلل حسب السؤال **nonnegative continuous**
 -5- نضغط على **ok** فيظهر لنا جدول ادخال البيانات كما في الجدول 1 التالي

| Variable → | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | Direction | R. H. S. |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|----------|
| Min:G1 | | | | | | | | | | |
| Min:G2 | | | | | | | | | | |
| Min:G3 | | | | | | | | | | |
| C1 | | | | | | | | | >= | |
| C2 | | | | | | | | | >= | |
| C3 | | | | | | | | | >= | |
| C4 | | | | | | | | | >= | |
| C5 | | | | | | | | | >= | |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | M | M | M | M | M | | |
| VariableType | Continuous | | |

6- يتم تغيير المتغيرات من X3 الى X8 حسب المتغيرات الانحراف وحسب الصياغة في السؤال اي يتم استبدال هذه المتغيرات ب p3 , n3 , p2 , n2 , p1 , n1 ويتم ذلك من خلال الامر vrable name من الامر edit وكما في الشكل التالي



7- يتم ادخال بيانات المسألة في جدول البيانات وكما في الشكل التالي

| Variable → | X1 | X2 | n1 | p1 | n2 | p2 | n3 | p3 | Direction | R. H. S. |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|----------|
| Min:G1 | | | 1 | | | | | | | |
| Min:G2 | | | | | 1 | | | | | |
| Min:G3 | | | | | | | | 1 | | |
| C1 | 4 | 6 | | | | | | | <= | 100 |
| C2 | 4.5 | 5 | | | | | | | <= | 120 |
| C3 | 30 | 35 | 1 | -1 | | | | | = | 700 |
| C4 | 1 | | | | 1 | -1 | | | = | 10 |
| C5 | 4.5 | 5 | | | | | 1 | -1 | = | 100 |
| LowerBound | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| UpperBound | M | M | M | M | M | M | M | M | | |
| VariableType | Continuous | | |

8- بعد ذلك نختار الامر solve the problem من الامر solve and analysis

9- نضغط على ok

10- يتم حل المسألة من قبل النظام ويظهر لنا جدول الحل الامثل التالي

| | 22:20:25 | | Saturday | April | 24 | 2021 | | | | |
|----|------------|-------------------|----------------|--------------------------|--------------------|--------------|---------------------|---------------------|--|--|
| | Goal Level | Decision Variable | Solution Value | Unit Cost or Profit c(j) | Total Contribution | Reduced Cost | Allowable Min. c(j) | Allowable Max. c(j) | | |
| 1 | G1 | X1 | 17.50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6.67 | | |
| 2 | G1 | X2 | 5.00 | 0 | 0 | 0 | -10.00 | 0 | | |
| 3 | G1 | n1 | 0 | 1.00 | 0 | 1.00 | 0 | M | | |
| 4 | G1 | p1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 5 | G1 | n2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 6 | G1 | p2 | 7.50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6.67 | | |
| 7 | G1 | n3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 8 | G1 | p3 | 3.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5.71 | | |
| 9 | G2 | X1 | 17.50 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 10 | G2 | X2 | 5.00 | 0 | 0 | 0 | -M | 0 | | |
| 11 | G2 | n1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -M | M | | |
| 12 | G2 | p1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 13 | G2 | n2 | 0 | 1.00 | 0 | 1.00 | 0 | M | | |
| 14 | G2 | p2 | 7.50 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 15 | G2 | n3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 16 | G2 | p3 | 3.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | M | | |
| 17 | G3 | X1 | 17.50 | 0 | 0 | 0 | -0.21 | M | | |
| 18 | G3 | X2 | 5.00 | 0 | 0 | 0 | -M | 0.25 | | |
| 19 | G3 | n1 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | -M | M | | |
| 20 | G3 | p1 | 0 | 0 | 0 | 0.17 | -0.17 | M | | |
| 21 | G3 | n2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -M | M | | |
| 22 | G3 | p2 | 7.50 | 0 | 0 | 0 | -0.21 | M | | |
| 23 | G3 | n3 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | -1.00 | M | | |
| 24 | G3 | p3 | 3.75 | 1.00 | 3.75 | 0 | 0 | M | | |

| 17 | G3 | X1 | 17.50 | 0 | 0 | 0 | -0.21 | M | | |
|----|------------|----------------|-----------|-----------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 18 | G3 | X2 | 5.00 | 0 | 0 | 0 | -M | 0.25 | | |
| 19 | G3 | n1 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | -M | M | | |
| 20 | G3 | p1 | 0 | 0 | 0 | 0.17 | -0.17 | M | | |
| 21 | G3 | n2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -M | M | | |
| 22 | G3 | p2 | 7.50 | 0 | 0 | 0 | -0.21 | M | | |
| 23 | G3 | n3 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | -1.00 | M | | |
| 24 | G3 | p3 | 3.75 | 1.00 | 3.75 | 0 | 0 | M | | |
| | G1 | Goal | Value | (Min.) = | 0 | | | | | |
| | G2 | Goal | Value | (Min.) = | 0 | | | | | |
| | G3 | Goal | Value | (Min.) = | 3.75 | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | Constraint | Left Hand Side | Direction | Right Hand Side | Slack or Surplus | Allowable Min. RHS | Allowable Max. RHS | ShadowPrice Goal 1 | ShadowPrice Goal 2 | ShadowPrice Goal 3 |
| 1 | C1 | 100.00 | <= | 100.00 | 0 | 93.33 | 108.57 | 0 | 0 | -0.19 |
| 2 | C2 | 103.75 | <= | 120.00 | 16.25 | 103.75 | M | 0 | 0 | 0 |
| 3 | C3 | 700.00 | = | 700.00 | 0 | 678.57 | 750.00 | 0 | 0 | 0.17 |
| 4 | C4 | 10.00 | = | 10.00 | 0 | -M | 17.50 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | C5 | 100.00 | = | 100.00 | 0 | -M | 103.75 | 0 | 0 | -1.00 |

تفسير الحل الامثل

الحل الامثل

$$X1 = 17.5$$

$$X2 = 5$$

قيمة الاهداف هي

$G1 = 0$ اي تم تحقيق الهدف الاول

$G2 = 0$ اي تم تحقيق الهدف الثاني

$G3 = 3.75$ لم يتم تحقيق الهدف الثالث حيث يوجد انحراف قدرة 3.75